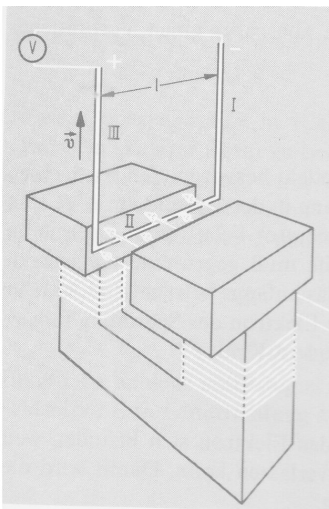
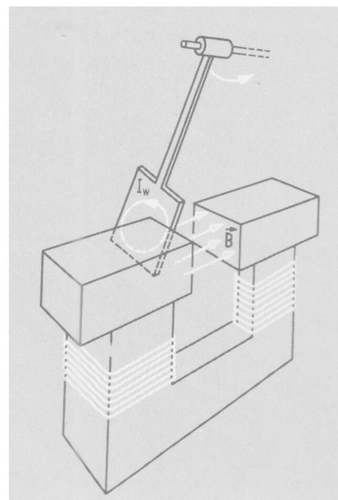
Induzierter Strom oder induzierte Spannung?

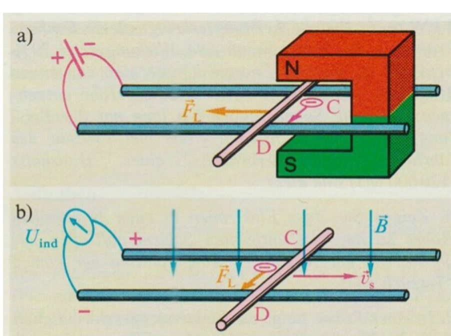
Man lernt als Lenzsche Regel, dass der in einer Leiterschleife, Spule oder sonst leitfähigen geschlossenen Verbindung induzierte Strom seiner Ursache entgegenwirkt.[1] Formeln bekommt man aber für die induzierte Spannung, und zwar $U_{ind} = -\dot{\Phi}$ bzw. bei n Windungen einer Spule $U_{ind} = -n\dot{\Phi}$, wobei $\dot{\Phi}$ die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch die eingeschlossene Fläche ist, also die Ableitung von $\vec{B} \cdot \vec{A}$. ($\vec{A}$ sei als Vektor mit dem Betrag der Fläche und der Richtung der Flächennormalen zu verstehen. Wenn das Magnetfeld die Fläche senkrecht durchsetzt, wird das Skalarprodukt zum einfachen Produkt $B \cdot A$.)
In erläuternden Abbildungen wird bei nicht ganz geschlossenen Leiterschleifen an den offenen Enden die induzierte Spannung als Plus und Minus markiert. Bei Wirbelströmen, die eine Bewegung oder Abbremsung zur Folge haben, wie beim hüpfenden Ring, dem Waltenhofen-Pendel oder einer Wirbelstrombremse, wird hingegen der Stromfluss (oder die Richtung der Elektronen) im geschlossenen Kreis als Pfeil angezeichnet. Interessant und zum Verständnis hilfreich ist auch die auf zwei anderen durchs Magnetfeld rollende Stange. Wie fließt im ersten Fall der Strom und zwischen welchen Punkten liegt im zweiten Fall die Spannung an?
Bevor genaues Durchdenken diese Fragen klären soll, hier einige Abbildungen aus den Schulbüchern, die ich habe und benutze[2]



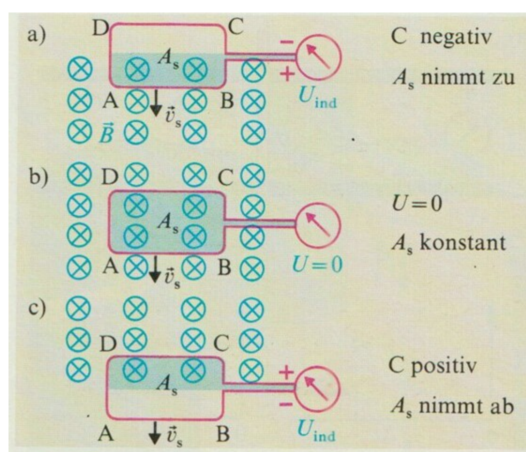
Eine Leiterschleife wird aus einem Magnetfeld herausgezogen.



Eine dicke Metallplatte pendelt durch ein Magnetfeld.

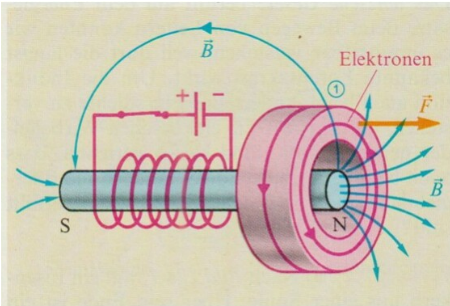


116.1 a) Minimotor; b) Minigenerator (vom Hufeisenmagneten ist nur das Feld gezeichnet)

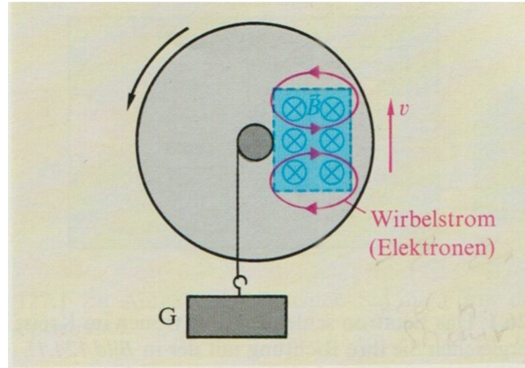


117.2 Spannung beim Ändern der felddurchsetzten Fläche A_s

[1] siehe z.B. Duden, Physik, Abitur, Basiswissen Schule
[2] Höfling, Physik Band II, Teil 2, Dümmler 1976
Dorn/Bader, Physik, Oberstufe Gesamtband 12/13, Schroedel 2001

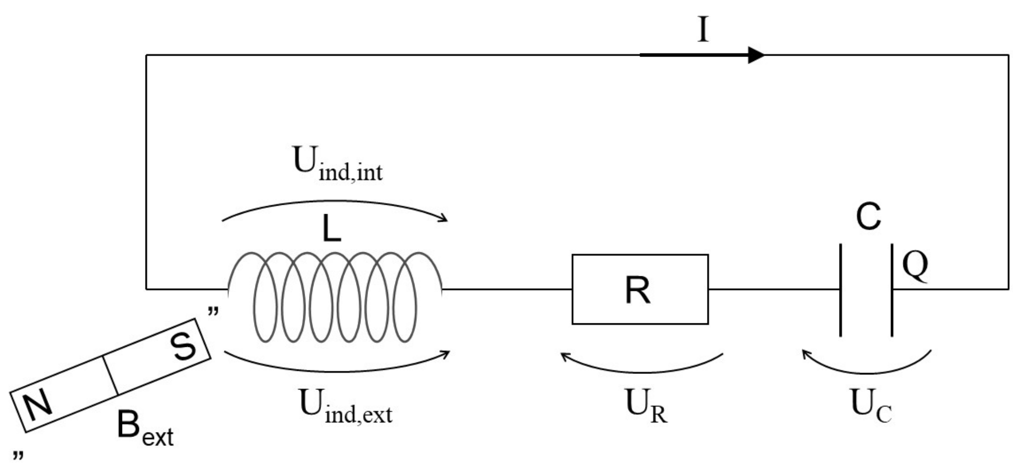


124.1 Der Ring wird beim Einschalten abgestoßen, beim Ausschalten angezogen.



125.2 Wirbelstromdämpfung in rotierender Scheibe

Wir beginnen unsere Überlegungen mit einem Schaltkreis aus einer Spule, einem Widerstand und einem Kondensator (Reihenschwingkreis). Der Kreis enthält allerdings keine Spannungsquelle. Statt dessen werde durch Ändern eines externen Magnetfelds, das die Spule durchsetzt, eine Spannung induziert; in der Skizze durch den Magneten symbolisiert. Das ist jedoch nicht die einzige induzierte Spannung, da die Spule ja eine Induktivität (Selbstinduktion) hat. Die induzierte Spannung sei in den externen und internen Anteil zerlegt. Die Spannungen seien (willkürlich) in den Richtungen der Pfeile angegeben.



Nach der Maschenregel muss gelten: $U_R + U_C = U_{ind,ext} + U_{ind,int}$
n sei die Windungszahl und A die Querschnittsfläche der Spule. Der Einfachheit halber sei das externe Magnetfeld homogen in Achsrichtung der Spule und werde lediglich in seiner Stärke vergrößert oder verkleinert. Zunächst mit dem Strom und dann mit der Ladung auf dem Kondensator lässt sich die Gleichung wie folgt umschreiben:

$$\begin{aligned} R \cdot I + \frac{1}{C} \int I \, dt &= n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A - L \cdot \dot{I} \\ R \cdot \dot{Q} + \frac{1}{C} \cdot Q &= n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A - L \cdot \ddot{Q} \end{aligned}$$

Berachten wir den Fall, dass B_{ext} mit konstanter Rate hochgefahren wird und bezeichnen gleich den ganzen Term $n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A$ mit der festen Zahl m. Dann wird die Differentialgleichung zu

$$L \cdot \ddot{Q} + R \cdot \dot{Q} + \frac{1}{C} \cdot Q = m$$

Eine spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung ist $Q(t) = m \cdot C$, also eine konstante Ladung. Für die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$L \cdot \ddot{Q} + R \cdot \dot{Q} + \frac{1}{C} \cdot Q = 0$$

machen wir den Ansatz $Q(t) = a \cdot e^{i\omega t}$. ω darf komplex sein. a auch, es wird mir allerdings nachher reell reichen. (Und um den Faden nicht zu verlieren, sei der aperiodische Grenzfall des Schwingkreises weggelassen.) Einsetzen, mit C multiplizieren, vereinfachen und mal (-1):

$$\begin{aligned} -LC\, a\, \omega^2\, e^{i\omega t} + i\, a\, \omega RC\, e^{i\omega t} + a \cdot e^{i\omega t} &= 0 \\ LC\, \omega^2 - i\omega RC - 1 &= 0 \end{aligned}$$

Diese quadratische Gleichung hat die Lösungen

$$\omega_{1,2} = \frac{iRC \pm \sqrt{-R^2C^2 + 4LC}}{2LC} = i\,\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Da wir später auf Situationen hinaus wollen, wo zwar ein Widerstand durch eine Leiterschleife oder Spule selber vorhanden ist, aber nicht noch ein Ohmscher Widerstand, sei für das Folgende R so klein angenommen, dass der Radikand positiv und die Wurzel reell ist (Schwingfall). Da es zwei Lösungen gibt, sei jetzt eine mit Amplitude a und die andere mit Amplitude b geschrieben. Dann wird die allgemeine Lösung:

$$Q(t) = a\, e^{it\sqrt{\ }}\; e^{-t \cdot R/2L} + b\, e^{-it\sqrt{\ }}\; e^{-t \cdot R/2L} + m\, C$$

wobei der Übersichtlichkeit halber die immer selbe Wurzel verkürzt notiert wurde. Die Forderung, dass Q reell ist, würde nur verlangen, dass a und b komplex konjugiert sind. Komplexe statt reellen a und b machen jedoch lediglich eine Phasenverschiebung des Schwingteils aus. Es kommt hier nicht so sehr drauf an, wo wir den Zeitnullpunkt setzen. Daher seien a und b hier reell gewählt. Die Anfangsbedingung $Q(0) = 0$ verlangt dann $a = b = -mC/2$.

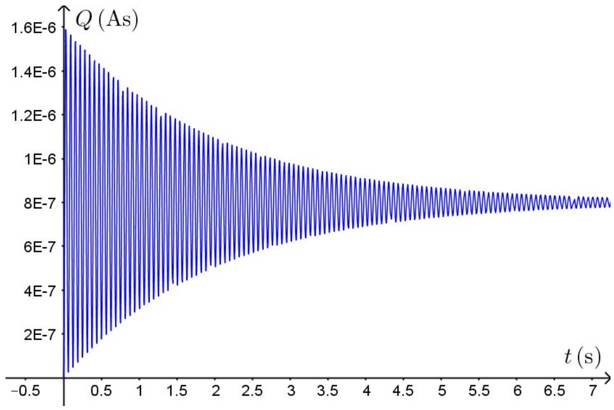
Insbesondere ist $\lim\limits_{t \Rightarrow \infty} Q(t) = mC = n\dot{B}_{ext}A \cdot C$. Eingesetzt lässt sich weiter umschreiben:

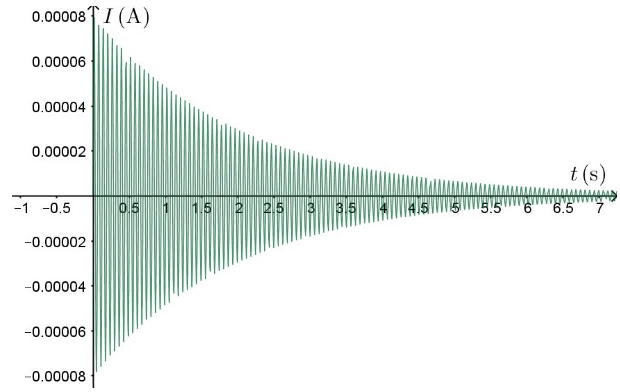
$$\begin{aligned} Q(t) &= -mC \cdot \frac{e^{it\sqrt{\ }} + e^{-it\sqrt{\ }}}{2} \cdot e^{-t \cdot R/2L} + mC \\ &= -n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A \cdot C \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot t\right) \cdot e^{-t \cdot R/2L} + n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A \cdot C \end{aligned}$$

Und für den Strom gilt dann:

$$\begin{aligned} I(t) &= n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A \cdot C \cdot \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot t\right) \cdot e^{-t \cdot R/2L} \\ &\quad + n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A \cdot C \cdot \frac{R}{2L} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot t\right) \cdot e^{-t \cdot R/2L} \end{aligned}$$

Nicht unbedingt mit realistischen Werten, sondern so, dass man den zeitlichen Verlauf qualitativ gut sieht, sind die Funktionen $Q(t)$ und $I(t)$ im Folgenden gezeichnet für $L = 1\,\mathrm{H}$, $C = 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{F}$, $R = 1\,\Omega$, $n = 1000$, $A = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$ und $\dot{B}_{ext} = 0.02\,\mathrm{T/s}$.





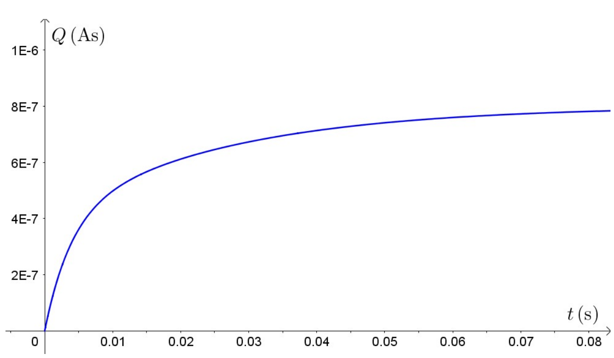
Der Schwingkreis vollführt eine gedämpfte Schwingung. Der Strom oszilliert und geht gegen Null. Die Ladung des Kondensators schießt zunächst über das Ziel hinaus. Auch sie oszilliert, und zwar um den Wert der stationären Lösung, wo sie sich schließlich einpendelt. Man beachte, dass die Änderung des Magnetfelds und somit die induzierte Spannung nicht aufhört. Es wird nur recht rasch der Zustand erreicht, wo der Kondensator entgegengesetzt geladen ist, sich die Spannungen also aufheben und kein Strom mehr fließt.

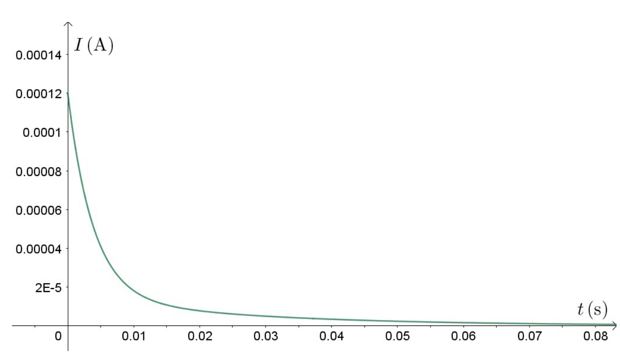
Wenn die Werte doch so sind, dass der Radikand in $\omega_{1,2}$ negativ wird (Kriechfall), stehe $\sqrt{}$ im Folgenden für $\sqrt{\dfrac{R^2}{4L^2}-\dfrac{1}{LC}}$ und wir erhalten $Q(t) = a\,e^{-t\cdot R/2L - t\cdot\sqrt{}} + b\,e^{-t\cdot R/2L + t\cdot\sqrt{}} + mC$. Die Anfangsbedingung $Q(0)=0$ verlangt $a+b=-mC$. a und b verschiedenen zu wählen, macht im Funktionsverlauf von $Q(t)$ kleine quantitative, jedoch keinen grob qualitativen Unterschied zu $a=b$. Daher schreibe ich hier $Q(t)$ und dann die Ableitung $I(t)$ mit $a=b=-mC/2$ auf:

$$
\begin{aligned}
Q(t) &= -mC\cdot\frac{e^{t\sqrt{}}+e^{-t\sqrt{}}}{2}\cdot e^{-t\cdot R/2L} + mC\\
&= -n\cdot\dot{B}_{ext}\cdot A\cdot C\cdot\cosh\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\cdot t\right)\cdot e^{-t\cdot R/2L} + n\cdot\dot{B}_{ext}\cdot A\cdot C
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I(t) &= -n\cdot\dot{B}_{ext}\cdot A\cdot C\cdot\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\cdot\sinh\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\cdot t\right)\cdot e^{-t\cdot R/2L}\\
&\quad + n\cdot\dot{B}_{ext}\cdot A\cdot C\cdot\frac{R}{2L}\cdot\cosh\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\cdot t\right)\cdot e^{-t\cdot R/2L}
\end{aligned}
$$

Auch hier sei mit zum Zeichnen einigermaßen günstigen Werten der zeitliche Verlauf qualitativ gezeigt. Und zwar sind: $L = 1\,\mathrm{H}$, $C = 1\cdot 10^{-4}\,\mathrm{F}$, $R = 300\,\Omega$, $n = 1000$, $A = 4\cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$ und $\dot{B}_{ext} = 0.02\,\mathrm{T/s}$.

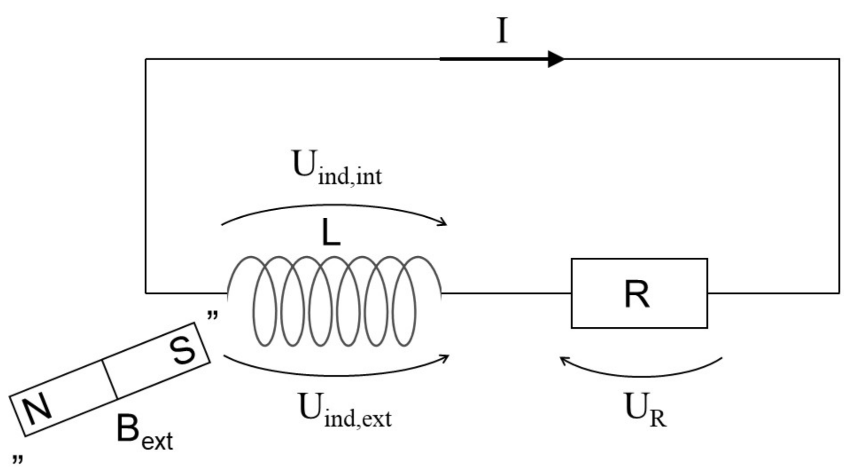




Recht rasch fällt der Strom ab und der Kondensator bringt durch die angesammelte Ladung die Gegenspannung zur induzierten Spannung auf.

Es erscheint nun gar nicht mehr so wichtig, zu wissen, ob der Schwingfall oder der Kriechfall vorliegt. Eines von beiden passiert beim Einführen oder Herausziehen einer Leiterschleife mit offenen Enden (ggf. mit einem Spannungsmesser) in ein bzw. aus einem Magnetfeld, wo sich die durchsetzte Fläche ändert. Genauso natürlich beim Ändern des Magnetfelds mit konstanter Rate, indem z.B. in einer Induktionsspule der Strom hochgefahren wird. In den gezeigten Rechnungen spielt es keine Rolle, ob in Φ das Magnetfeld B oder die Fläche A verändert wird. Im zweiten Fall steht m eben für $n \cdot B_{ext} \cdot \dot{A}$.) Im ersten und dritten Teilbild der Abbildung 117.2 vom Anfang fließt also de facto nicht während des ganzen Eintritts- bzw. Austrittsvorgang aus dem Magnetfeld wirklich ein Strom in der Leiterschleife. Die angeschriebenen Ladungen + und - sind die am Kondensator aufgebauten. Diese Spannung zeigt entgegengesetzt der Richtung des anfänglichen Stroms. Es ist ein Irrtum so an der Zeichnung abzulesen, dass in der Leiterschleife ein Strom von plus nach minus fließt. Für Abbildung 116.1 b) gilt dasselbe.
Und wie steht es dann mit der Bremswirkung auf die Leiterschleife durch den Induktionsstrom? Diese besteht nur, solange die Leiterschleife ihr eigenes Magnetfeld generiert, also solange Strom fließt. Danach sind die offenen Enden wie ein Kondensator geladen, was keine Lorentzkraft mehr bewirkt. Wenn wir $\dot{A}$ als konstant ansetzen, ist natürlich angenommen, dass die Geschwindigkeit der Leiterschleife gegen die Bremswirkung durch eine äußere Kraft aufrecht erhalten wird. Wenn die Änderung von Φ dann aufhört, entlädt sich der Kondensator.

Jetzt zu dem Fall, wo die Leiterschleife wirklich einen geschlossenen Stromkreis darstellt:



Für einen geschlossenen Ring betrachten wir den Schaltkreis ohne Kapazität. Die Differentialgleichung ist einfacher und lässt sich direkt mit dem Strom ansetzen:

$$\begin{aligned} U_R &= U_{int,ext} + U_{ind,int} \\ R \cdot I &= n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A - L \cdot \dot{I} \end{aligned}$$

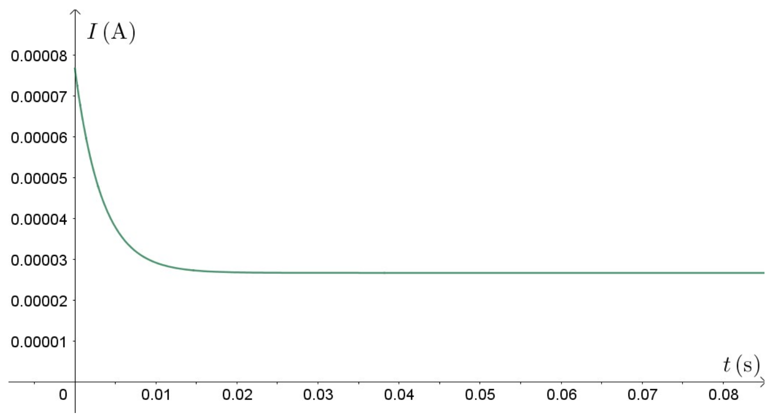
Es sei wiederum der Fall betrachtet, dass das Magnetfeld gleichmäßig hoch- oder runtergefahren wird, $\dot{B}_{ext}$ bzw. der ganze Term $n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A$ also eine Konstante ist. Eine spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung ist $I_{inh} = n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A/R$. Für die allgemeine Lösung der homogenen Gleichung $R \cdot I + L \cdot \dot{I} = 0$ erhalten wir mit dem Ansatz $I(t) = a \cdot e^{\lambda t}$:

$aR\,e^{\lambda t} + a\lambda L\,e^{\lambda t} = 0$ und damit $\lambda = -R/L$, also $I_{hom}(t) = a \cdot e^{-t \cdot R/L}$

Das ist in der allgemeinen Lösung $I(t) = a \cdot e^{-\frac{R}{L}\,t} + \dfrac{n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A}{R}$

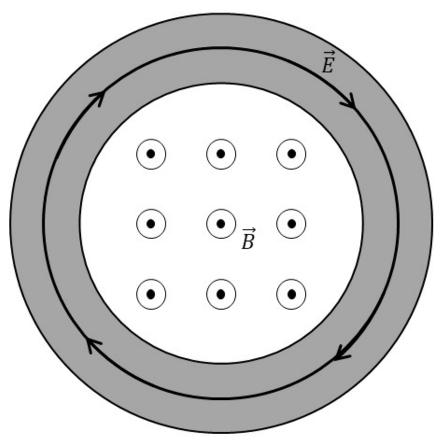
ein abklingender Teil und a ist von einer hier nicht spezifizierten Anfangsbedingung abhängig.

$\lim\limits_{t \to \infty} I(t) = \dfrac{n \cdot \dot{B}_{ext} \cdot A}{R}$ stellt also den wesentlichen "langfristigen" Strom dar (abgesehen davon, dass man eine konstante Änderungsrate des Magnetfelds nicht unendlich lange aufrecht erhalten kann). Um den Verlauf der Funktion qualitativ zu zeigen, gerade im Vergleich zu den vorherigen Fällen, seien hier zufällig als Parameter gewählt: $L = 1\,\mathrm{H}$, $R = 300\,\Omega$, $n = 1000$, $A = 4 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$, $\dot{B}_{ext} = 0.02\,\mathrm{T/s}$, $a = 5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{A}$.



In einem geschlossenen Ring wie in Abbildung 124.1 fließt Strom, solange die Änderung des magnetischen Flusses besteht. Von wo nach wo fließt dieser Strom?

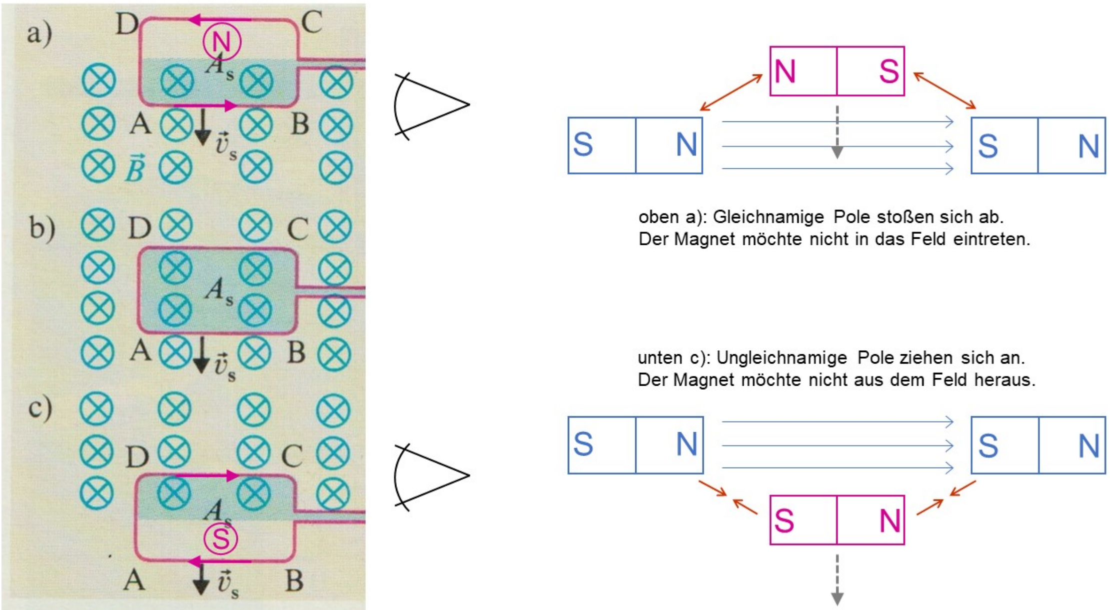
Im geschlossenen Ring gibt es keinen Anfang und kein Ende, ein Plus- und ein Minuspol der Spannung lassen sich nicht festlegen. Die elektromotorische Kraft bzw. das elektrische Feld ist gleichmäßig im Ring ringsum verteilt. Hier ist das Konzept des elektrischen Felds angebrachter als das der Spannung. Man lernt zwar zunächst, dass elektrische Feldlinien von Plus nach Minus verlaufen und dass elektrische Felder wirbelfrei sind. Mit veränderlichen magnetischen Feldern (bzw. Flüssen) gilt das nicht mehr[3]. Eine der Maxwellschen Gleichungen lautet ja auch: $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\,\partial\vec{B}/\partial t$ (die integrale Form berücksichtigt auch eine Flächenänderung). Bei der rollenden Stange, wo es in der Stange eine Lorentzkraft durch die Bewegung der Stange gibt, in den festen Stangen jedoch nicht, können wir die Spannungsverteilung über den Kreis nochmals und eventuell etwas anders diskutieren.



Wenn das Magnetfeld hier zunimmt, wird so ein elektrisches Wirbelfeld induziert.

[3] siehe z.B. https://www.emf.ethz.ch/de/emf-info/themen/physik/verknuepfung-von-elektrischen-und-magnetischen-feldern/erzeugung-von-spannung-und-strom-durch-induktion/.

Ich möchte in dieser Abhandlung auch meine Erklärungsweisen der Lenzschen Regel für einige der mit den Abbildungen aus Lehrbüchern gezeigten Experimente vorstellen, da diese Darstellungen einerseits für Schüler recht eingängig sind, andererseits auch zum Überdenken anregen sollen und keineswegs den Anspruch auf endgültige Richtigkeit erheben.



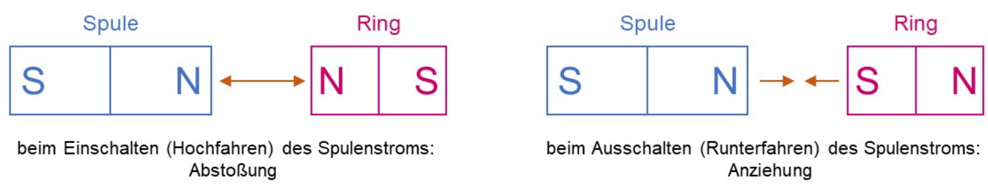
Betrachten wir nun also die Zeit, in der in der Leiterschleife ein Strom fließt, wobei es für die folgenden Ausführungen egal ist, ob mit dem Strom eine induzierte Spannung aufgebaut wird oder ein vollständiger Kreisstrom fließt. Im Bild a) ergibt sich durch die Bewegungsrichtung $\vec{v}_s$ und das Magnetfeld $\vec{B}$ auf der unteren Linie der rechteckigen Leiterschleife nach der Rechten-Hand-Regel eine Lorentzkraft nach rechts. Das ergibt die hier mit den Pfeilen in pink eingezeichnete technische Stromrichtung in der Leiterschleife. Damit bildet die Leiterschleife jetzt selbst einen Magneten, der mit dem Nordpol aus der Zeichenebene herausschaut[4]. Es würde zu einem falschen Schluss führen, für das induzierte Feld in der Leiterschleife Kreise in pink mit einem Punkt darin einzuzeichnen. Dann hätten wir nämlich (in pink und blau) entgegengesetzte Magnetfelder und wie in der alten Amperedefinition eine Anziehung. Die Verwirrung rührt daher, dass für einen Stabmagneten außerhalb die Feldlinien von Nord nach Süd, innerhalb aber von Süd nach Nord verlaufen. Es ist nicht klar, welche hier zählen sollen. Wir vermeiden dieses Problem eben dadurch, dass wir die Leiterschleife als Magneten mit N und S ansehen. Um das ins Bild zu bekommen, sei die Anordnung nun von der Seite betrachtet, wie durch das Auge in der Graphik gezeigt. Um auf der sicheren Seite zu bleiben, suchen wir einen Fall, wo das externe Magnetfeld als äußeres Magnetfeld mit Stabmagneten bereitgestellt wird. Es sollte auch praktisch ein äußeres Feld sein, da sonst die Leiterschleife ja nicht hineingeführt werden kann. Das in blau gezeichnete Magnetfeld kann man mit einer Anordnung von zwei Stabmagneten machen. Die Feldlinien gehen vom Nordpol des einen zum Südpol des anderen; das kennen wir von den Versuchen mit den Eisenpfeilspänen. (Alternativ tut es ein Hufeisenmagnet.) Die Leiterschleife in das Feld zu bewegen ist also wie den in pink gezeichneten Magneten zwischen die beiden in blau gezeichneten zu führen. Da trifft man auf abstoßende Kräfte zwischen gleichnamigen Polen (braune Pfeile). Diesen Versuch kann man übrigens genau so machen (die blauen Magnete befestigen, versteht sich). Das erklärt die Bremswirkung auf die Bewegung und bestätigt die Lenzsche Regel.

[4]Dort geht es zwar um ein atomares magnetisches Moment, aber das Bild unter https://www.imamagnets.com/de/blog/was-ist-das-magnetische-moment/ erklärt gut, wie ein Kreisstrom einen Magneten bildet.

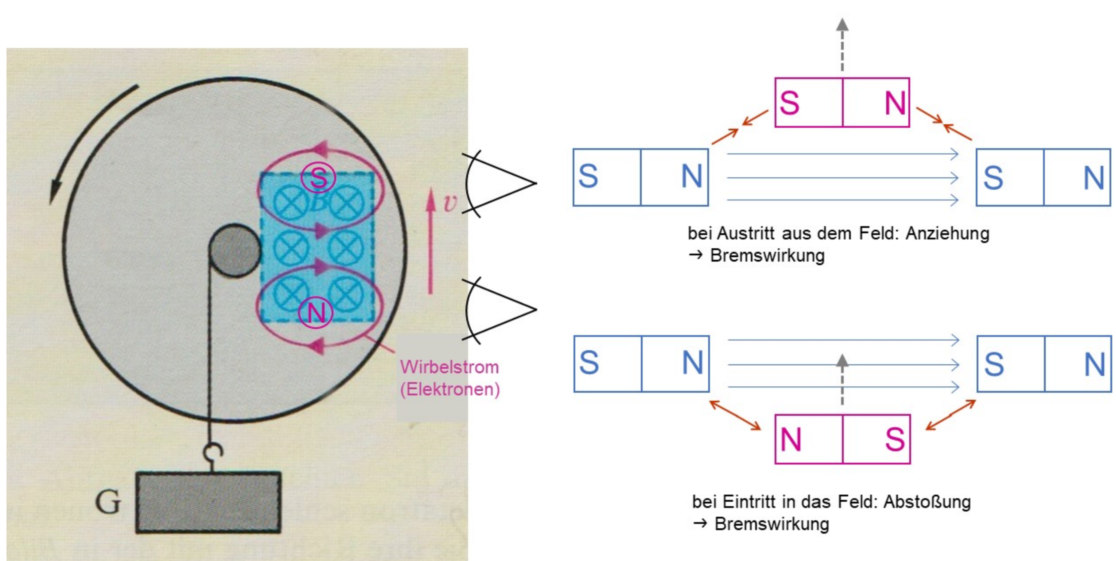
Im Bild b) heben sich die Lorentzkräfte auf die Ladungsträger in der oberen und der unteren Linie der Rechteckschleife auf und es gibt keinen Stromfluss in der Leiterschleife; es ist ja auch keine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses durch die Schleife vorhanden.

Die Erklärung für Bild c) ergibt sich analog zu a): Hier haben wir nach der Rechten-Hand-Regel auf der oberen Linie der Rechteckschleife eine Lorentzkraft nach rechts, die die mit den Pfeilen in pink eingezeichnete technische Stromrichtung in der Leiterschleife bewirkt. Die Leiterschleife bildet selbst einen Stabmagneten, bei dem in der Abbildung aus dem Buch nun der Südpol aus der Zeichenebene herausschaut. Gehen wir wiederum zur Seitenansicht über. Die in blau gezeichneten Magneten, die das externe Feld liefern, sind unverändert. In diesem Fall versuchen wir den in pink gezeichneten Magneten von den in blau gezeichneten wegzuziehen, was schwer geht, da die Anziehung zwischen ungleichnamigen Polen ihn zurückhält (braune Pfeile). Die Bewegung im Bild nach unten wird ebenfalls gebremst. Das wirkt der Ursache entgegen, dass der magnetische Fluss durch die Schleife verringert wird, wie es die Lenzsche Regel besagt.

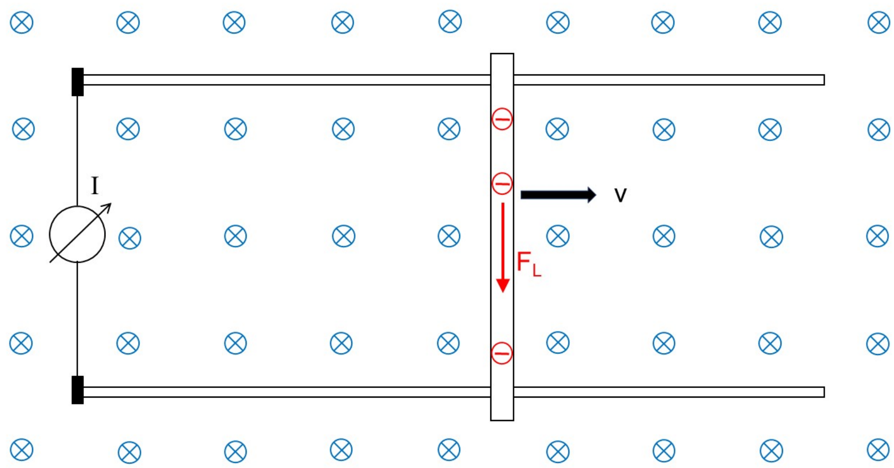
Der hüpfende Ring ist mit diesen Konzept, ihn selber als Stabmagneten zu betrachten, ganz einfach erklärt. Man beachte für die im Folgenden gezeigten Richtungen der Magneten, dass in der auf Seite 2 wiedergegebenen Abbildung 124.1 die Pfeilrichtung im Ring den Elektronenfluss, und nicht die technische Stromrichtung bedeutet.



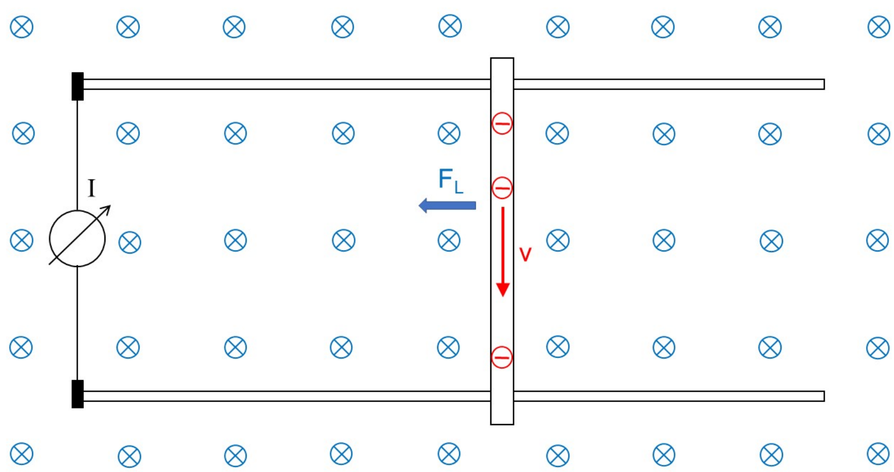
Die Wirbelstrombremse lässt sich genauso erklären wie die Leiterschleife, die durch das Magnetfeld geführt wird, da jeder Teil der Scheibe als Leiterschleife angesehen werden kann, in der Kreisströme fließen können. Man beachte, dass ich hier die Strompfeile aus der Buchabbildung belassen habe, die in diesem Fall die Bewegungsrichtung der Elektronen darstellen.



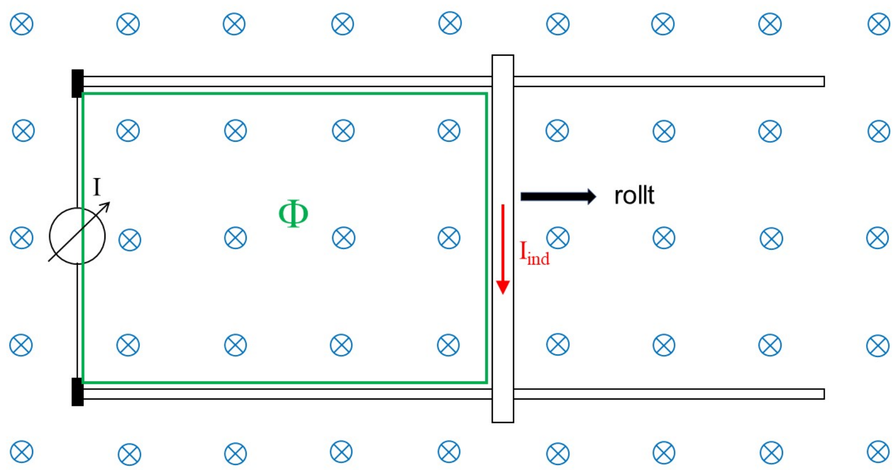
Etwas genauer soll noch die durchs Magnetfeld rollende Stange betrachtet werden (die Generatorkonstellation wie in Abbildung 116.1 b). Ich habe drei Erklärungsvarianten.
Die Stange sei in eine Bewegung nach rechts versetzt (schwarzes v im folgenden Bild). Dann wirkt auf die Elektronen in ihr hier nach der Linken-Hand-Regel eine Lorentz-Kraft nach unten im Bild. Wenn die Stangen am linken Ende durch ein Spannungsmessgerät verbunden werden, staut sich dort wie an einem Kondensator Ladung auf. Verbinden wir sie durch ein Strommessgerät, kann der Kreisstrom fließen. Man kann den Vorgang so deuten, dass sich durch die Lorentzkraft zunächst Elektronen am unteren Ende der rollenden Stange ansammeln und am oberen Ende welche fehlen, eine Spannung also über diese Spange aufgebaut wird. Da der Kreis mit Strommessgerät aber quasi einen Kurzschluss darstellt, entlädt sich diese Spannung sofort, eigentlich bereits während sie aufgebaut werden möchte. Vergleichen wir den Stromkreis mit einem Wasserkreislauf, gibt es auf der Strecke, die der rollenden Stange entspricht, einen Antrieb. Im Rest des Kreises fließt das Wasser, damit kein Druck aufgebaut wird.



Durch den Stromfluss haben die Elektronen in der rollenden Stange jetzt auch eine Geschwindigkeit nach unten im Bild (rotes v). Diese Geschwindigkeitskomponente hat im Magnetfeld wiederum nach der Linken-Hand-Regel eine Lorentzkraft nach links zur Folge, was die Bewegung der Stange abbremst. Der induzierte Strom wirkt seiner Ursache - der Bewegung der Stange nach rechts - entgegen. Auch auf die stromdurchflossenen Teile der Querstangen und auf die Verbindung durch das Strommessgerät wirken Lorentzkräfte nach innen in den Stromkreis. Da diese Teile beim Versuch befestigt sind, wird das üblicherweise nicht erwähnt.



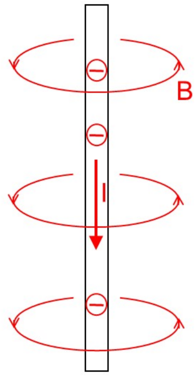
Möchte man über den magnetischen Fluss gehen, ist der induzierte Strom wie inzwischen erklärt, durch $I_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} \cdot \frac{1}{R} = \frac{n \cdot B_{ext} \cdot \dot{A}}{R}$ gegeben.
Ein kleinen Widerstand R werden auch Stangen und Kabel ohne Strommessgerät darstellen. Eventuell gibt es anfäglich noch einen exponentiellen Anteil durch eine Induktivität L der Leiterschleife. Ob wir den Term $n \cdot B_{ext} \cdot \dot{A}$ negativ nehmen müssen, hängt von der Wahl der Orientierung der Fläche A der Leiterschleife ab (der Einfachheit halber hier ohne minus). In der folgenden Zeichnung gibt der rote Strompfeil wieder die Richtung der Elektronen an.
In diesem Versuch ist eben nicht nur der Strom, sondern auch die Bremswirkung auf die Bewegung der Stange zu erklären. Das geht natürlich wie vorher schon gemacht, über eine "zweite" Lorentzkraft. Da die Lenzsche Regel im Grunde ein Energieerhaltungssatz ist, lässt sich auch argumentieren, dass die Energie für den Stromfluss mit Leistung RI^2 nur aus der kinetischen Energie der Bewegung der Stange genommen werden kann.

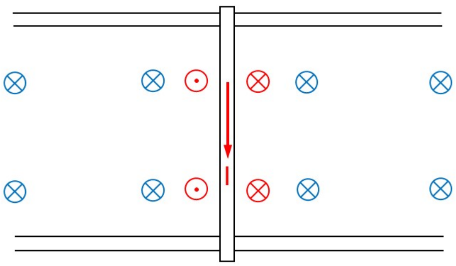


Eine sehr ähnliche Situation, wo Stromfluss in der Stange im Magnetfeld bereits vorhanden ist, ist die Minimotorkonstellation aus Abbildung 116.1a), wo die Stange nicht gebremst, sondern nach links beschleunigt wird. Die Lorentzkraft setzt sie in Bewegung. Es wird elektrische in Bewegungsenergie umgesetzt.

Da man für den Minimotor-Fall und für die Abbremsung im Generator-Fall sowieso die Lorentzkraft braucht, erscheint im letzteren Fall der Weg zum Strom über den magnetischen Fluss unangemessen abstrakt. Und man ist enttäuscht, dass sich die Abbremsung nicht ebenfalls über Φ begründen lässt. Aber mechanische Kräfte geben die Maxwellschen Gleichungen nicht her. Für die Verbindung zu mechanischen Kräften braucht es neben den Maxwellschen Gleichungen die Lorentzkraft (und die elektrostatische Kraft), zusammen $\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$.

Wie auch immer man zunächst den induzierten Strom erklärt, wenn dieser einmal da ist, für die Generatorkonstellation hier noch eine Variante, dann die bremsende Kraft nach links auf die nach rechts rollende Stange zu erklären: Ein stromdurchflossener Leiter hat bekanntlich wie im folgenden Bild links gezeigt ein Magnetfeld um sich herum. Für den richtigen "Umlaufsinn" beachte man, dass ich hier für den Strom die Bewegungsrichtung der Elektronen angezeigt habe. In der Draufsicht auf die rollende Stange ergeben sich dann in der Stangenebene die rot gezeichneten Magnetfeldrichtungen. Hier sind wirklich Magnetfelder gemeint, nicht Pole erzeugender Magneten oder Magneten, die magnetische Momente repräsentieren. Auf der linken Seite der Stange kommen mit dem rot gezeichneten Magnetfeld der stromdurchflossenen Stange und dem blauen externen Feld Felder entgegengesetzter Richtungen zusammen, was eine Anziehung





macht. Rechts von der rollenden Stange kommen Felder gleicher Richtung zusammen, was eine Abstoßung macht. So haben wir hier die Situation wie bei der alten Ampere-Definition; wenn dort die Ströme in den beiden Kabeln nebeneinander parallel fließen, treffen dazwischen entgegengesetzt gerichtete Magnetfelder aufeinander und es gibt eine Anziehung. Fließen die Ströme antiparallel, treffen zwischen den Kabeln gleichgerichtete Magnetfelder aufeinander und es gibt ein Abstoßung. Beide Beiträge liefern eine Kraft nach links, also in die richtige Richtung, um die Rollbewegung der Stange abzubremsen.

Für diese Erklärvariante muss man allerdings ein Konzept von der Wechselwirkung von Feldern miteinander haben. Dieses wird sogar gern verwendet zur Erklärung von Motoren und Dynamo. Ich halte dieses Konzept jedoch gerade für die Schule für ein wenig unbefriedigend. Warum sollen sich gegenseitig abschwächende magnetische Felder eine mechanische Sogwirkung haben? Und umgekehrt sich verstärkende Magnetfelder eine mechanische Druckwirkung?

Experimentiervideos von mir zum Waltenhofen-Pendel (Wirbelstrombremse), zur Leiterschleife, die ins Magnetfeld geführt bzw. herausgezogen wird, und zur rollenden Stange gibts unter: https://vimeo.com/415952317 , https://vimeo.com/418442379 , https://vimeo.com/418440789